

## Résáramlást leíró modell pontossági határainak meghatározása nemnewtoni közegek esetén

### Determination of the accuracy range for a gap flow model in the case of non-Newtonian liquids

MAYER Denise<sup>1</sup>, MSc hallgató; NAGY-GYÖRGY Péter<sup>2</sup>, PhD hallgató

<sup>1</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék,  
1111 Budapest Műegyetem rkp. 3, mayerdenise08@gmail.com, www.hds.bme.hu

<sup>2</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék,  
1111 Budapest Műegyetem rkp. 3, pnagy-gyorgy@hds.bme.hu, www.hds.bme.hu

#### Abstract

*It is necessary to calculate the non-Newtonian fluid flow in a gap accurately in several engineering application cases. Despite special non-Newtonian liquids, there is no accepted efficient method to calculate gap flow for shear thickening fluids with complex rheology. This article aims to estimate the accuracy of the pressure difference (volume flow rate) relationship for a gap flow, developed by the colleagues of the Department of Hydrodynamic Systems in Budapest University of Technology and Economics, using numerical simulations (CFD). Based on the simulation results, dimensionless quantities are determined, which can characterize the applicability limits of the method and modelling errors.*

**Keywords:** non-Newtonian fluid, shear thickening fluid, CFD, shock absorber

#### Kivonat

*A mérnöki gyakorlatban számos esetben szükséges a nemnewtoni folyadékok résáramlásának megfelelően pontos számítása. A speciális nem newtoni folyadékoktól eltérő, bonyolult reológiai nyírásra keményedő folyadékok esetén még nincs elfogadott módszer a résáramlás hatékony számítására. A cikk célja egy a BME Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék munkatársai által korábban kidolgozott, a résáramlást leíró nyomáskülönbség(térfogatáram) kapcsolat pontosságának becslése áramlástan szimulációkkal (CFD). A szimulációk alapján meghatároztunk olyan dimenziótlan mennyiségeket, amelyekkel a módszer alkalmazhatósági határai, és modellezési hibái jól jellemezhetők.*

**Kulcsszavak:** nemnewtoni közeg, nyírásra keményedő folyadék, CFD, lengéscsillapító

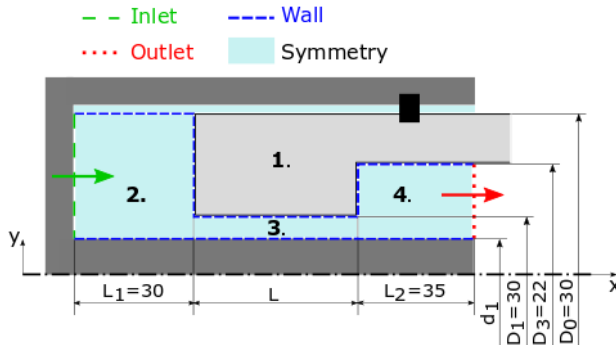
## 1. BEVEZETÉS

A nemnewtoni áramlások speciális tulajdonságait az ipar számos területén alkalmazzák, többek között a járműiparban [10] és a szeizmológiai rezgések csillapítására [4]. A szakirodalomban már megtalálhatóak a megfelelő analitikus módszerek számos speciális reológiára (pl. newtoni [3], power law [7], Bingham [8,11], Herschel-Bulkley [9]), viszont a nyírásra keményedő (shear thickening fluid, *STF*) folyadékok esetére még csak egy többlépcsős analitikus megoldás létezik a párhuzamos résáramlás leírására [1], ami hengeres furatban történő áramlásra is kiterjeszthető [2]. A módszer elhanyagolásaiból adódó pontatlanságát vizsgáltuk párhuzamos résáramlás mellett numerikus áramlástan szimulációkkal (*CFD*). Célunk egy olyan geometriai mérettartomány megbecsülése, ahol a számításigényes *CFD* szimuláció helyett megbízhatóan alkalmazható a probléma analitikus megoldása. Az így kapott eredmények később jól használhatók hasonló eszközök tervezése során.

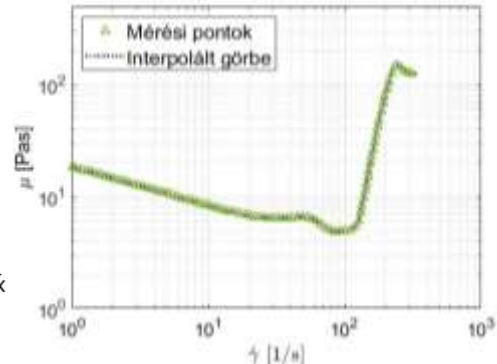
A vizsgálatot egy egyszerű hidraulikus lengéscsillapító modellen végezzük el. Az egyszerűsített geometria a 1. ábrán látható, az alkalmazott méretekkellátva. Az 1-es dugattyú hosszirányú mozgásának hatására a 2-es kamrában nyomásnövekedés tapasztalható. Ennek hatására a folyadék a 3-as résen keresztül a 4-es, kisebb nyomású kamrába áramlik. A szűk résen keresztül egységnyi idő alatt egyszerre csak kisebb

mennyiségű folyadék tud áramlani, mely hatására a dugattyú mozgása lelassul. Ez biztosítja a csillapító hatást, azaz a kinematikai energia elnyelését.

Az alkalmazott közeg 20 °C-os polietilén-szilika nanorészecske 35%-os koncentrációjú szuszpenziója, mely nyírásra keményedő viselkedést mutat. A felhasznált reológia  $\mu(\dot{\gamma})$  függvénykapcsolatának mérésről történő meghatározását a szakirodalom [5] ismerteti. A mérési pontokat és a további számításokhoz felhasznált interpolált görbét a 2. ábra tartalmazza.



1. ábra. Az alkalmazott lengéscsillapító modell. A feltüntetett méretek mm-ben értendők



2. ábra. A vizsgált STF közegre jellemző  $\mu(\dot{\gamma})$  függvénykapcsolat

## 2. ANALITIKUS MÓDSZER

A BME Hidrodinamikai rendszerek Tanszék munkatársai korábban kidolgoztak egy általánosan használható hat lépéses analitikus megoldási módszert, amellyel egy körgyűrű alakú résen áramló közeg térfogatárama számítható tetszőleges reológia esetén. A módszer bemenő adatai a geometriai méretek ( $d_1$ ,  $D_1$ ,  $D_o$ ,  $L$ ) és a reológiai mérés eredményeként kapott  $\mu(\dot{\gamma})$  viszkozitás(nyírósebesség) pontok. A módszer lépései:

1.  $\tau = \mu\dot{\gamma}$  nyírófeszültség(nyírósebesség) görbe létrehozása.
2. A  $\tau(\dot{\gamma})$  függvény invertálása és így az  $f(\tau) := \dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu}$  függvény létrehozása.
3. Az  $f(\tau)$  függvény numerikus integrálása, és így az alábbi függvények létrehozása

$$F(\tau) = \int_0^\tau f(\tilde{\tau}) d\tilde{\tau} \text{ és } S(\tau) = \int_0^\tau \tilde{\tau} F(\tilde{\tau}) d\tilde{\tau}. \quad (1)$$

4. A  $Q$  térfogatáram meghatározása a fenti függvények segítségével a

$$Q = \frac{W \cdot h^2}{(\Delta p h / L)^2} \cdot \left[ 2 \frac{\Delta p h}{L} F\left(\frac{\Delta p h}{L}\right) - 2 \cdot S\left(\frac{\Delta p h}{L}\right) \right] \quad (2)$$

formula segítségével, ahol  $W$  az áramlási keresztmetszet kerülete,  $h$  pedig a rés mérete.

A módszer részletes magyarázata a [1] és [2] szakcikkekben elérhető. Lengéscsillapító esetén a (2) egyenlet segítségével meghatározott  $Q(\Delta p)$  jelleggöréből meghatározható a csillapítási karakterisztika a  $v = Q/A$  és  $F = \Delta p A$  azonosságok felhasználásával. A (2) egyenletet átrendezve, és bevezetve a  $\tilde{Q} = Q/(Wh^2)$  relatív térfogatáramot és a  $\tau_p = \Delta p h / L$  fali csúsztatófeszültséget, a

$$\tilde{Q} = \frac{1}{\tau_p^2} \cdot [2\tau_p F(\tau_p) - 2S(\tau_p)] \quad (3)$$

egyenletet kapjuk, ami azt jelenti, hogy a  $\tilde{Q}(\tau_p)$  relatív térfogatáram(fali csúsztatófeszültség) görbe nem függ az eszköz geometriai méreteitől, csak a folyadék reológiájától. Adott folyadék esetén, a különböző geometriához tartozó  $\tilde{Q}(\tau_p)$  pontok egy görbére esnek az analitikus képlet szerint, ahogy ez a 3. ábrán is látható. Ezért a belépő sebesség hatását a  $\tilde{Q}$  relatív térfogatáram segítségével jellemezzük.

A módszer a következő elhanyagolásokkal él: a) a folyadék összenyomhatatlan; b) 2D-s stacioner áramlás; c) a  $z$  irányban minden sebességkomponens állandó; d) az áramlási sebesség az  $x$  áramlási irányban

csak az  $y$  keresztirányú koordinátától függ és minden más komponens nulla; e) az axiális nyomás gradiens konstans. A c)-e) közelítések érvényességét ellenőrizzük CFD szimulációkkal.

### 3. NUMERIKUS (CFD) SZÁMÍTÁSOK

Az analitikus megoldások ellenőrzésére végzett szimulációkat az *OpenFoam Version 5* nyílt forráskódú CFD szoftver segítségével végeztük el. A CFD szimulációkhoz a hengersizmetrikus geometria egy  $1,15^\circ$ -os szeletét vizsgáltuk, amely oldalát az 1. ábra tartalmazza a megfelelő méretekkel. A geometria hálózásánál a fő szempont a fali határreteg finom felbontása volt, ezért a legkisebb cella mérete  $\Delta x_0 = \frac{D_1 - d_1}{2 \cdot 100}$  volt, amivel az  $y+$  dimenziótlan falvastagság maximális értéke minden geometria esetén 1 alatt volt. A pontosságot szem előtt tartva igyekeztünk elkerülni a hosszú, de lapos cellákat, ezért a maximális cella oldalarányt (*aspectio ratio*) 200-ra vettük. Az alkalmazott sűrítési ráta (*growth rate*) 1,15 volt. Az így kapott strukturált háló felbontását hálófüggetlenségvizsgálattal ellenőriztük. A geometriai méretektől függően a háló mérete 62000-92000 darab hexahedra cella között változik. Az anyagjellemzőket a 2. ábrán látható reológiai mérés eredményével adtuk meg táblázatos formában. A peremfeltételeket az 1. ábra alapján adtuk meg (*input*, *output*, *wall*, *symmetry*), amelyek közül belépő (*input*) feltételként a belépő sebességeket, míg kilépő (*output*) feltételként a nyomásváltozást választottuk. Az áramlási teret falakkal (*wall*) és a szimmetriasíkoknak (*symmetry*) megfelelő felületekkel határoltuk. A turbulenciát SST (*shear stress transport*) modell alkalmazásával vettük figyelembe a szakirodalmi ajánlások szerint [6]. A szimulációnál a megfelelő konvergencia elérését 30000 iterációs lépéssel biztosítottuk. A numerikus szimulációkat 16 különböző geometria ( $L=2,5; 5; 7,5; 10$  mm réshossz és  $d_1=4; 4,75; 5,44; 5,75$  mm átmérő) és minden geometria esetén 13 különböző belépő sebesség mellett végeztük el, tehát összesen 208 szimulációt futtatunk le.

### 4. EREDMÉNYEK

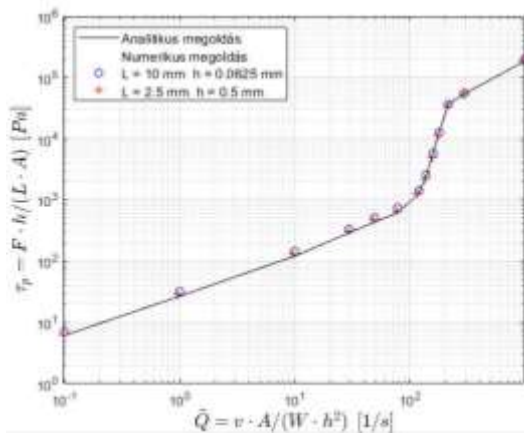
A 3. ábrán az analitikus és numerikus eredmények összehasonlítása látható a  $\tilde{Q}(\tau_p)$  függvény alapján. A folytonos vonal az analitikus megoldás, míg a diszkrét pontok a legnagyobb és a legkisebb relatív hibákhoz tartozó geometriák ( $L=10$  mm,  $h=0,0625$  mm és  $L=2,5$  mm,  $h=0,5$  mm) numerikus eredményeit jelöli. A nem feltüntetett geometriák eredményei mindig e két eset közé estek. Az eredmények között jó kvantitatív és kvalitatív egyezést tapasztalható.

A modell elfogadhatósági határát az analitikus és numerikus erő értékek

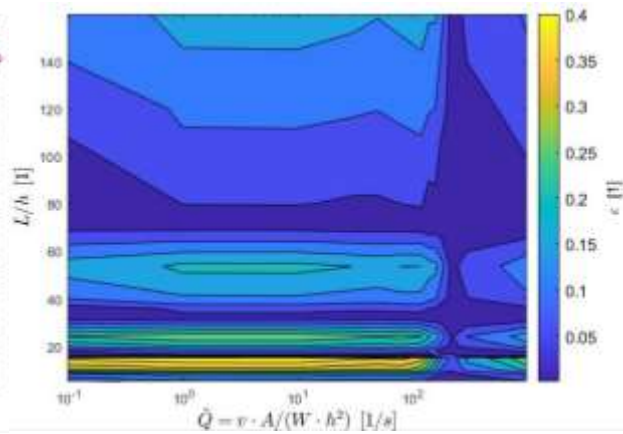
$$\varepsilon = \frac{|F_{num} - F_{anal}|}{F_{num}} \quad (4)$$

relatív hibája alapján jellemeztük, ahol  $F$  a terhelő erő, az indexek: *num* -numerikus és *anal* -analitikus. Vizsgálataink során azt tapasztaltuk, hogy a geometriai paraméterek hatását a dimenziótlan  $L/h$  réshossz/résméret viszony jellemzi a leglátványosabban. A  $h/d$  függvényében az  $\varepsilon$  hiba elhanyagolható mértékben változott, viszont jelentősen függött a belépő sebesség nagyságától. A sebesség hatásának jellemzésére a korábban bemutatott  $\tilde{Q}$  relatív térfogatáramot használtuk. Így született meg az 4. ábrán látható kontúr diagram, ahol a  $\tilde{Q}$  relatív térfogatáram és a  $L/h$  viszony függvényében ábrázoltuk a relatív hibát.

Az elméleti görbe a reológia keményedő szakaszán ( $\tilde{Q} \in [10^2, 2 \cdot 10^2] 1/s$ ) közelíti legjobban a numerikus eredményeket, amit a 4. ábra kontúr diagramja is alátámaszt. Ezen ábra segítségével megállapítható, hogy az analitikus számítási módszer a keményedő szakasz végén a legpontosabb  $\sim 3,65\%$  adott  $L/h$  esetén. Ahhoz, hogy az analitikus megoldás a  $\tilde{Q}$  teljes tartományán jól alkalmazható legyen, legalább  $L/h > 70$  értéket kell elérni, ahol az analitikus hiba átlagosan 6,8%. A két módszer analitikus hibájának maximuma  $\sim 45\%$ , mely azonban csak egy szűk mérettartomány ( $L/h \in [10-16]; \tilde{Q} \in [10^{-1} - 1,2 \cdot 10^2] 1/s$ ) esetén fordul elő.



3. ábra. Az analitikus és numerikus eredmények  $\tilde{Q}(\tau_p)$  függvénykapcsolata.



4. ábra: A numerikus és analitikus eredmények relatív hibájának kontúr diagramja a  $\tilde{Q}$  és az  $L/h$  függvényében

## 5. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikkben bemutatásra került egy általános reológiájú nemnewtoni folyadékokra alkalmazható analitikus módszer és annak CFD szimulációkkal történő ellenőrzés. Az  $L/h$  és a  $\tilde{Q}$  dimenziótlan mennyiségek bevezetésével megbecsültük a módszer alkalmazhatósági határait. Ez alapján a  $L/h > 70$  esetén a teljes vizsgált  $\tilde{Q}$  tartományon az analitikus módszerrel megfelelően pontos eredményt kaptunk, így a módszer megfelelő biztonsággal alkalmazható ilyen mérettartományon. Ezen kívül a pontosság tovább javul  $\tilde{Q} \in [10^2, 2 \cdot 10^2] 1/s$  tartományon.

## KÖSZÖNETNYÍLVÁNÍTÁS

A kutatást a Gépészmérnök-képzésért Alapítvány pályázata támogatta.

## IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Hős Cs., Nagy-György P., *A Graphical Technique for Solving the Couette-Poiseuille Problem for Generalized Newtonian Fluids*, Periodica Polytechnica Chemical Engineering, 2019, 63(1), 200-209.
- [2] Hős Cs. Nagy-György P., *Predicting the characteristics of vibration dampers employing generalized shear thickening fluid*, Journal of Sound and Vibration, 2020.
- [3] Schlichting, H., Gersten, K. *Boundary-Layer Theory*, 9th ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin/Heidelberg, Germany, 2017.
- [4] Fali L., Djermene M., Zizouni K., Sadek Y., *Adaptive sliding mode vibrations control for civil engineering earthquake excited structures*. International Journal of Dynamics and Control, 2019, 7(3), 955-965.
- [5] Hasanzadeh M., Mottaghiabadi M., Rezaei M., *Rheological and viscoelastic behavior of concentrated colloidal suspensions of silica nanoparticles: A response surface methodology approach*. Advanced Powder Technology, 2015. november, 1570-1577.
- [6] Bibok M., Cszizmadia P., Till S., *Experimental and Numerical Investigation of the Loss Coefficient of a 90° Pipe Bend for Power-Law Fluid*, Periodica Polytechnica Chemical Engineering, 2020, 94(4), 469-478.
- [7] Flumerfelt, R. W., Pierick, M. W., Cooper, S. L., Bird, R. B. *Generalized Plane Couette Flow of a Non-Newtonian Fluid*, Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, 1969, 8(2), 354-357.
- [8] Tsangaris, S., Nikas, C., Tsangaris, G., Neofytou, P. *Couette flow of a Bingham plastic in a channel with equally porous parallel walls*, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2007, 144(1), 42-48.
- [9] Mezger T. G., *The Rheology Handbook*, 2nd ed., Vincentz Network, Hannover, 2006.
- [10] Wang W., Hou Z., *Physical parametric model of an automotive electrohydraulic semiactive damper*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(6), 5356-5365.
- [11] Chen, Y.-L., Zhu, K.-Q. "Couette-Poiseuille flow of Bingham fluids between two porous parallel plates with slip conditions", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2008, 153(1), 1-11.